# Практическая работа №7

# Исследование обусловленности задачи решения систем линейных уравнений.

**Цель работы:** Изучение стандартной обусловленности задач решения систем линейных уравнений при различных вариантах неточных входных данных.

**Основные теоретические положения.**

Рассматривается система линейных уравнений n-го порядка с вещественными коэффициентами (1)

В матричной форме записи эта система принимает вид (2)

, (2)

где – квадратная матрица коэффициентов системы, – вектор решений системы, – вектор свободных членов. Матрица – невырожденная, тогда решение системы (1) существует, единственно и устойчиво по входным данным. Это означает, что задача нахождения вектора – корректна.

Пусть – приближенное решение системы, тогда называется вектором погрешности системы, необходимо стремиться к его уменьшению. Возможно рассматривать критерий малости вектора который называется невязкой системы. Эти вектора связаны **.**

Удобной количественной характеристикой вектора является норма вектора. В вычислительной математике используются следующие три нормы (3)

(3)

За норму матрицы принимают максимальную величину, на которую преобразование, описываемое матрицей, может растянуть любой ненулевой вектор в выбранной норме . Векторным нормам подчинены следующие нормы матрицы (4)

где – собственные числа матрицы Задача вычисления вектора может быть плохо или хорошо обусловлена.

**Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений**

Рассмотрим случай, когда элементы матрицы заданы точно, а вектор-столбец свободных членов – приближенно. Оценки для абсолютной и относительной погрешности (5)

где - абсолютное число обусловленности, а - относительное число обусловленности (естественное число обусловленности). Максимальное естественное число обусловленности (6)

(6)

называют стандартным числом обусловленности.

Если элементы матрицы заданы приближенно и равны , а вектор-столбец свободных членов – точно, тогда оценка относительной погрешности (7)

(7)

где и .

Если с погрешностью заданы как коэффициенты матрицы, так и элементы вектора свободных членов, то справедливо неравенство (8)

(8)

**Использование wxMaxima для подсчета обратной матрицы**

Матрица – невырожденная, следовательно существует единственная обратная матрица . Для ее подсчета используется свободно распространяемый пакет системы компьютерной алгебры wxMaxima. Входная матрица задаётся с помощью выражения **matrix**(*стр1, стр2, ... стрN*), а обратная получается с помощью функции **invert**(*M*) (рисунок 1)

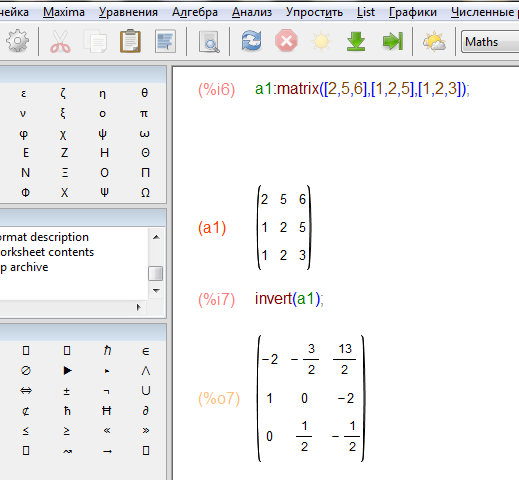


Рисунок 1 – Вычисление обратной матрицы с помощью функции *invert*

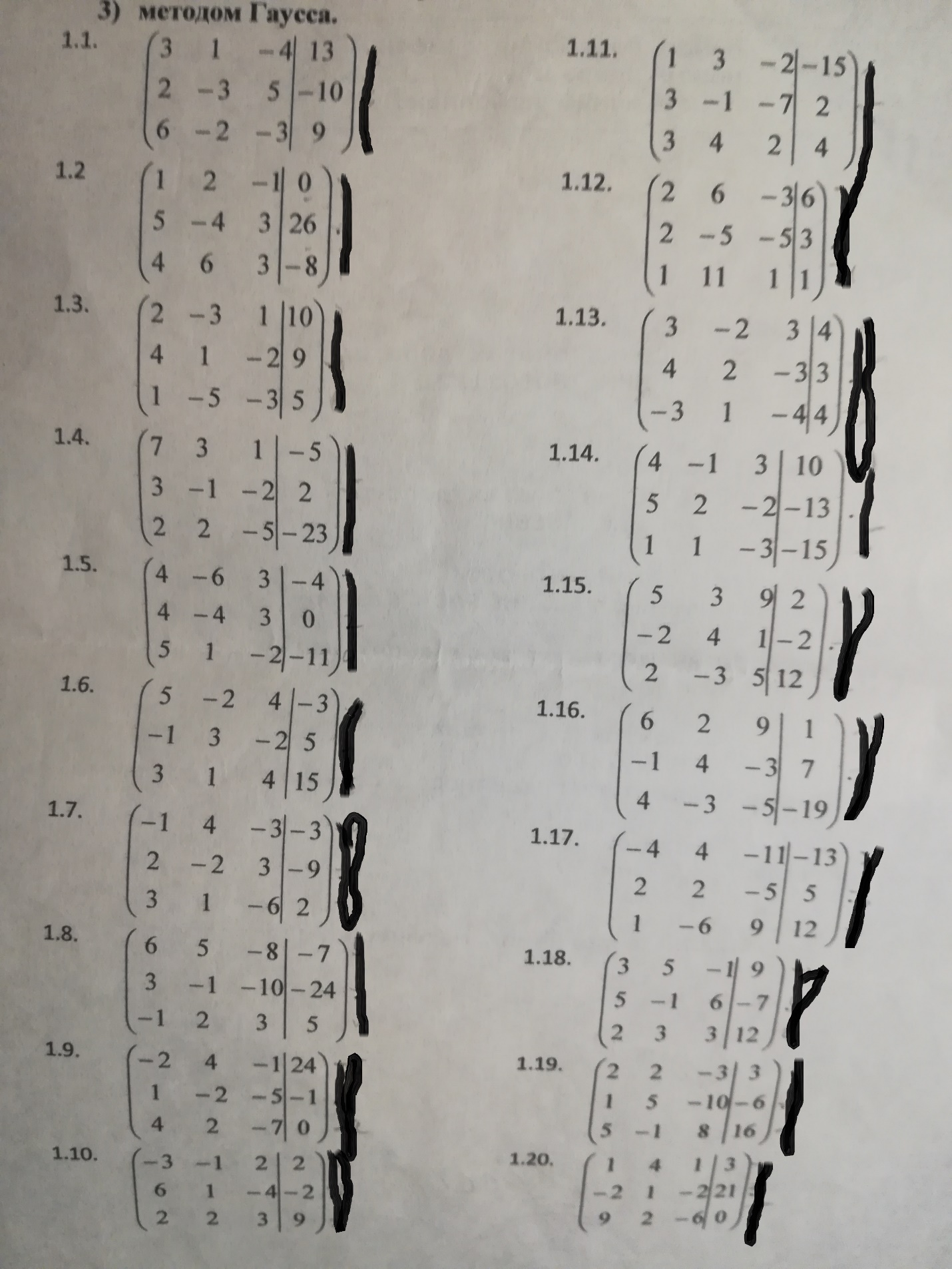
**Порядок выполнения работы.**

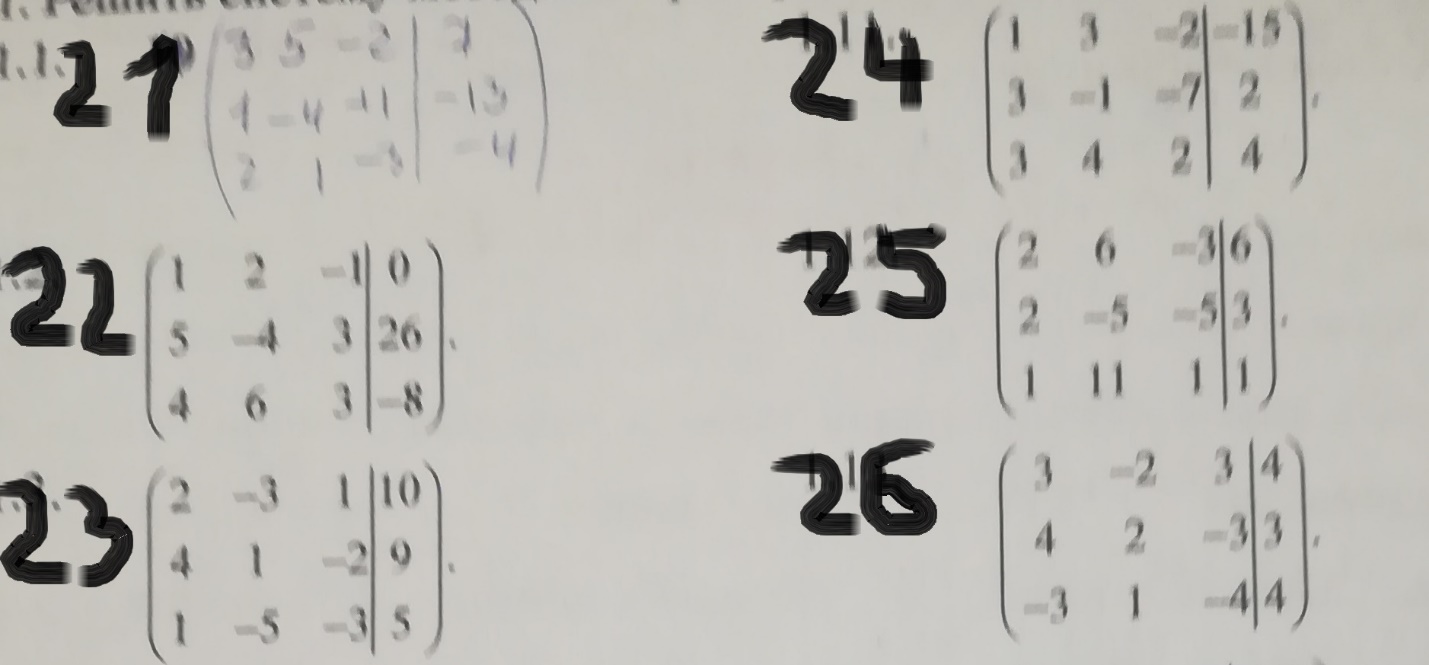
1. Составить подпрограмму для решения системы линейных уравнений методом Гаусса и методом обратной матрицы.
2. Решить систему, подсчитать стандартное число обусловленности, используя тип данных с двойной точностью. Подсчет обратной матрицы производить с помощью системы компьютерной алгебры wxMaxima.
3. С помощью встроенной функции – генератора случайных чисел, добавить ошибки в вектор свободных членов. Найти решение новой системы, стандартное число обусловленности (6) и оценку стандартного числа обусловленности (7).
4. С помощью встроенной функции – генератора случайных чисел, добавить ошибки в значения элементов матрицы. Найти решение новой системы, стандартное число обусловленности и оценку стандартного числа обусловленности.
5. Добавить ошибки в значения элементов матрицы и вектора свободных членов. Найти решение новой системы, стандартное число обусловленности и оценку стандартного числа обусловленности.
6. Сделать выводы по полученным значениям.

**Варианты заданий практической работы**

Варианты заданий соответствуют списку группы. Первая матрица получается из матрицы варианта путем добавления столбца и строки так, чтобы новая матрица размерности 4 на 4 была невырожденной.

Другая матрица получается из новой заменой 2 строк (для четных номеров) и 2 столбцов (для нечетных номеров) на соответствующие элементы матрицы Гильберта ().

****

****